Test de positionnement de mathématiques

Aucun document, pas de calculatrice, ni téléphone,
aucun dispositif électronique.
La fiche réponse, l'ensemble du sujet et les brouillons seront ramassés à la fin de l'épreuve.

Vous avez à répondre à 40 questions. Pour chaque question, vous trouverez 4 propositions de réponse (A, B, C ou D). Une seule réponse est correcte.
Vous devez **reporter vos réponses sur la FICHE REPONSES** en noircissant (ou en cochant) la case correspondant à votre réponse.

Le barème est le suivant :

2 points par bonne réponse
0 point si il n'y a pas de réponse
-0.5 point si la réponse est fausse.

N'oubliez pas d'indiquer votre nom et prénom sur la fiche réponses.
Ne perdez pas de temps sur une question, si vous butez plus de 1 ou 2 minutes passez à la suivante. Vous reviendrez à cette question plus tard en fonction du temps qu'il vous reste.

Divers

01. On cherche l'ordre de grandeur N du nombre de grains de sable contenus dans une plage.

On sait que le volume de sable étendu est celui qu'il faudrait pour recouvrir une surface rectangulaire de 200m de large et de 500m de long, sur une épaisseur de 10cm et que le nombre de grains de sable par unité de volume est μ = 100 grains/mm^3. Quel est l'ordre de grandeur recherché :

A	B	C	D
$N = 10^{15}$	$N = 10^{16}$	$N = 10^{-16}$	$N = 10^{12}$

02. En simplifiant : $\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{x^2}{x^2-1}$ on obtient :

A	B	C	D
$\frac{1}{x^2-1}$	$\frac{1-2x}{x^2-1}$	$\frac{x^2-x+1}{x^2-1}$	$\frac{-1}{x^2-1}$

03. Soit le système : $\begin{cases} x+z=-1 \\ y-2z=2 \end{cases}$. Laquelle des affirmations suivantes est vraie ?

A	B	C	D
Le système n'admet aucune solution.	Le système est équivalent à : $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$.	Le système admet une infinité de solutions.	Le système est équivalent à : $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=-2 \end{cases}$

04. Quel est l'ensemble solution de l'inéquation suivante ?
$(x-1)(x+3) < (x-1)^2(-3-x)$

A	B	C	D
$S =]-3;1[$	$S =]-\infty;1[$	$S =]-\infty;-3[\cup]0;1[$	$]-3;0[\cup]1;+\infty[$

05. Résoudre $-1 \geq \frac{x}{x-1}$

A	B	C	D
$x \in \left[\frac{1}{2};1\right[$	$x \leq \frac{1}{2}$	$x \geq \frac{1}{2}$	$x > 1$

06. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\lvert x-1\rvert < x$

A	B	C	D
$x < 1/2$	$0 \leq x < 1/2$	$x \in \mathbb{R}$	$x > 1/2$

07. Combien de fois utilise-t-on le chiffre 4 lorsqu'on écrit les nombres de 1 à 500 ?

A	B	C	D
250 fois	200 fois	210 fois	150 fois

08. Quel est l'ensemble des solutions de l'équation suivante : $\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$?

A	B	C	D
$S = \left\{\frac{-\pi}{6} + k\pi\right\}$ $k \in \mathbb{Z}$	$S = \left\{\frac{-\pi}{6} + 2k\pi, \frac{\pi}{6} + 2k\pi\right\}$ $k \in \mathbb{Z}$	$S = \left\{\frac{-\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{6} + k\pi\right\}$ $k \in \mathbb{Z}$	$S = \left\{\frac{-\pi}{3} + k\pi\right\}$ $k \in \mathbb{Z}$

09. Quelle est la solution de l'équation suivante $2^x = 3^{100}$?

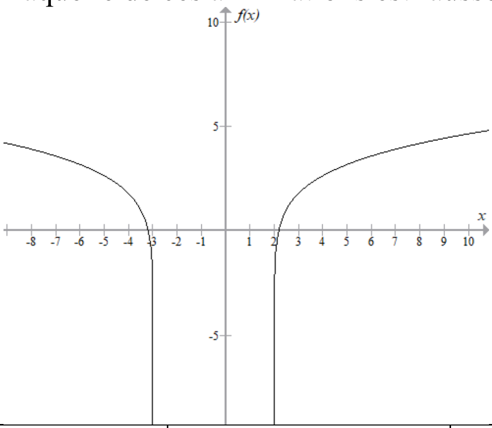
A	B	C	D
$x = 100\ln\frac{3}{2}$	$x = 100\frac{\ln 3}{\ln 2}$	$x = 100\frac{\ln 2}{\ln 3}$	$x = \ln\frac{3}{2} + \ln 100$

10. Quel est l'ensemble solution de l'équation suivante : $\ln(-x+6) = 2\ln x$?

A	B	C	D
$S = \{-3;2\}$	$S = \{-3\}$	$S = \{2\}$	$S = \emptyset$

Fonctions

11. Le graphe ci-dessous représente la fonction $f(x) = \ln(x^2 + x - 6)$
Laquelle de ces affirmations est fausse ?



A	B	C	D
$f(x)$ possède des asymptotes verticales	$f(x)$ possède une asymptote horizontale	$f(x)$ possède une direction asymptotique horizontale	$f(x)$ tend vers $+\infty$ quand x tend vers $+\infty$

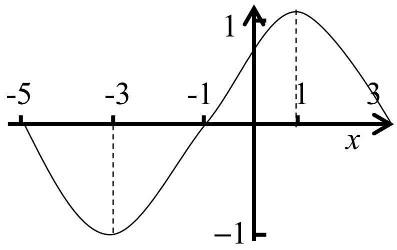
12. La fonction *f(x)* est impaire et tend vers (-2) quand x tend vers plus l'infini.
Laquelle des propositions suivantes est correcte ?

A	B	C	D
la limite de *f(x)* en $-\infty$ est 2	la limite de *f(x)* en $-\infty$ est (-2)	la limite de *f(x)* en $-\infty$ est 1/2	On ne peut rien conclure .

13. Le domaine de définition de la fonction $f(x) = \frac{x}{\ln(x+1)}$ est :

A	B	C	D
$\mathbb{R}^{+*}$	$]1; +\infty[$	$]-1 ; +\infty[$	$]-1 ; 0[\cup]0; +\infty[$

14.



Ce graphe est celui de la **dérivée** d'une fonction f définie sur $[-5 , +3]$.
Que peut-on en déduire pour la fonction f ?

A	B	C	D
f est croissante si : $-3 < x < 1$	f est décroissante si : $1 < x < 3$	f est maximale en : $x = -1$	f est décroissante si : $-5 < x < -1$

15. Soit $f(x) = \frac{1}{x-1}$ et $g(x) = x^2 + 1$ alors on a $g \circ f(x) =$

A	B	C	D
$\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{x^2+1}$	$\frac{1}{(x-1)^2} + 1$	$\frac{1}{x^2-1} + 1$

16. Soit la fonction f définie par morceau : $\begin{cases} f(x) = \lvert x-4 \rvert & \text{pour } x \leq 2 \\ f(x) = 2x - \ln(x-3) & \text{pour } x > 2 \end{cases}$

Quelle est la proposition correcte ?

A	B	C	D
La fonction est définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$	La fonction est monotone sur $\mathbb{R}$	La fonction est dérivable sur $\mathbb{R} - \{3\}$	La fonction est dérivable sur $]3; +\infty[$

17. Quel est le domaine de définition de $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{(x+2)(x-1)}}$?

A	B	C	D
$x \in]-1; 1[\cup]1; +\infty[$	$x \geq -1$	$x \in]-1; 2[\cup]2; +\infty[$	$x \geq -2$

18. La fonction f, donnée ci-dessous, est représentée par une courbe $\mathcal{C}$:

$$f(x) = \frac{x^3 + 2}{x^2 + 2x + 1}$$

Quelle est la proposition correcte ?

A	B	C	D
$\mathcal{C}$ n'a aucune asymptote	$\mathcal{C}$ a une asymptote oblique	$\mathcal{C}$ a 2 asymptotes verticales	$\mathcal{C}$ a une asymptote horizontale

19. Soit f une fonction de la variable réelle définie et croissante sur $[0;+\infty[$, et g la fonction définie par $g(x) = e^{-2x}$.

On considère la fonction composée de f par g définie par : $h(x) = g \circ f(x)$

A	B	C	D
h est définie et croissante sur $\mathbb{R}^+$	h est définie et décroissante sur $\mathbb{R}$	h est définie et décroissante sur $\mathbb{R}^+$	On ne peut pas savoir

Dérivées

20. Quelle est la dérivée de la fonction $f(x) = \frac{2}{(3x-4)^3}$?

A	B	C	D
$f'(x) = \frac{-6}{(3x-4)^4}$	$f'(x) = \frac{-6}{(3x-4)^2}$	$f'(x) = \frac{6}{(3x-4)^2}$	$f'(x) = \frac{-18}{(3x-4)^4}$

21. Quelle est la dérivée de la fonction $f(x) = (x^2 + x + 1)e^{-x}$?

A	B	C	D
$f'(x) = (x^2 + x)e^{-x}$	$f'(x) = (-x^2 + x)e^{-x}$	$f'(x) = (2x + 1)\, e^{-x}$	$f'(x) = (-x^2 + x + 1)e^{-x}$

22. Quelle est la dérivée de la fonction $f(x) = \frac{1}{(x-1)(x+2)}$?

A	B	C	D
$f'(x) = \frac{1}{[(x-1)(x+2)]^2}$	$f'(x) = \frac{2x+1}{[(x-1)(x+2)]^2}$	$f'(x) = \frac{-1}{[(x-1)(x+2)]^2}$	$f'(x) = \frac{-(2x+1)}{[(x-1)(x+2)]^2}$

23. Quelle est la dérivée de la fonction $f(x) = \frac{x}{\ln(x^2)}$?

A	B	C	D
$f'(x) = \frac{2ln\, x - 1}{[ln(x^2)]^2}$	$f'(x) = \frac{ln(x^2) - 1}{[ln(x^2)]^2}$	$f'(x) = \frac{ln(x^2) - 2}{[ln(x^2)]^2}$	$f'(x) = \frac{ln(x^2) - 2}{ln(x^4)}$

Limites

24. Calculer $l = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{(-x+2)^2}{x^2-4}$

A	B	C	D
$l = -1$	$l = 0$	$l = 1$	$l = -\infty$

25. Calculer $l = \lim\limits_{x \to 0+} \frac{\ln x}{\ln \sqrt{x}}$

A	B	C	D
$l = 2$	$l = 0$	$l = +\infty$	$l = 1$

26. Calculer $l = \lim_{x \to 0} \frac{\sin(x+\pi)}{x}$

A	B	C	D
$l = -1$	$l = 0$	$l = +\infty$	$l = 1$

27. Calculer $\lim_{x \to -\infty} (-x^2 + 4x - 1)e^x$

A	B	C	D
$l = -1$	$l = 0$	$l = +\infty$	$l = -\infty$

Intégration

28. Calculer $\mathrm{I} = \int_1^2 \frac{2dx}{(2x-1)^2}$

A	B	C	D
$\mathrm{I} = \frac{4}{3}$	$\mathrm{I} = \frac{2}{3}$	$\mathrm{I} = \frac{12}{27} - 12$	$\mathrm{I} = \frac{3}{4} - 6$

29. Déterminer *F(x)* = $\int \frac{x}{3x^2+1} dx$ pour laquelle la constante d'intégration est nulle.

A	B	C	D
$F(x) = \frac{1}{6(3x^2+1)^2}$	$F(x) = \frac{1}{3}\ln(3x^2+1)$	$F(x) = \frac{x^2}{2(x^3+x)}$	$F(x) = \frac{1}{6}\ln(3x^2+1)$

30. Déterminer $I = \int_{-1}^{1} \sqrt{|x|}dx$

A	B	C	D
$I = 0$	$I = \frac{1}{3}$	$I = \frac{2}{3}$	$I = \frac{4}{3}$

31. Déterminer la primitive *F* de $f(x) = x.\cos(x)$ qui s'annule pour $x = 0$

A	B	C	D
$F(x) =$ $xsinx - cosx + 1$	$F(x) = \frac{x^2}{2} sinx$	$F(x) =$ $x.\cos(x) - \sin(x)$	$F(x) =$ $x.sinx + cosx - 1$

Nombres complexes

32. Soit r le module et θ l'argument du nombre complexe $z = -2 - 2i$

A	B	C	D
$r = 4\,;\ \theta = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$	$r = 2\sqrt{2}\,;\ \theta = \frac{5\pi}{4} + k\pi$	$r = 2\sqrt{2}\,;\ \theta = \frac{3\pi}{4} + k\pi$	$r = 2\sqrt{2};\ \theta = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$

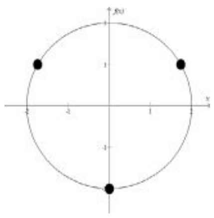
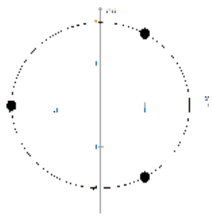
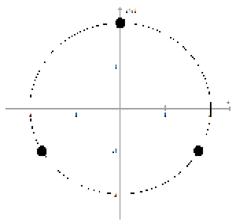
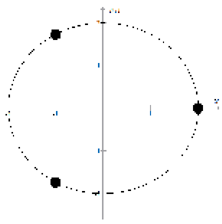
33. Soit $z = e^{-2+i\pi}$, quelle est l'expression de z sous forme cartésienne ?

A	B	C	D
$z = -2i$	$z = -2$	$z = -e^{-2}$	$z = -e^{-2}i$

34. Soit $z_1 = 3e^{\frac{i\pi}{2}}$ on note $z_2 = -1 + i$, le produit $z_1.z_2$ est :

A	B	C	D
$z_1.z_2 = \frac{3}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{4}}$	$z_1.z_2 = 3\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{4}}$	$z_1.z_2 = 3\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$	$z_1.z_2 = (3 + \sqrt{2})\ e^{i\frac{5\pi}{4}}$

35. Les solutions de l'équation $\{\ z^3 = -\ 8i\}$ ont été pointées sur le cercle de rayon 2 centré à l'origine du plan complexe : sur quelle figure le placement des solutions est-il correct ?

A	B	C	D
			

Algèbre

36. Le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ étant orthonormé, calculer le produit scalaire $\vec{u}.\vec{v}$ où :

$$\vec{u} = \vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 2\vec{k} \qquad \vec{v} = 3\vec{\imath} + 5\vec{\jmath} - 2\vec{k}$$

A	B	C	D
$\vec{u}.\vec{v} = 9$	$\vec{u}.\vec{v} = 3\vec{\imath} + 10\vec{\jmath} - 4\vec{k}$	$\vec{u}.\vec{v} = 9\vec{\imath}.\vec{\jmath}.\vec{k}$	$\vec{u}.\vec{v} = 0$

37. Quel est le produit des matrices $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ et $N = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$?

A	B	C	D
$MN = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$MN = \begin{bmatrix} -8 & 4 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$	$MN = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 12 \end{bmatrix}$	$MN = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 3 & 12 \end{bmatrix}$

38. Quelle est la matrice inverse de $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$?

A	B	C	D
$M^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$M^{-1} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$	$M^{-1} = 5\begin{bmatrix} -3 & -8 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$	$M^{-1} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

Equations différentielles

39. Quelle est la solution particulière de l'équation différentielle $2y'(x) - 3y(x) = 9x^2$?

A	B	C	D
$y(x) = Ae^{\frac{3x}{2}}$	$y(x) = -3x^2 + 4x - \frac{8}{3}$	$y(x) = Ae^{\frac{3x}{2}} - 3x^2 - \frac{8}{3}$	$y(x) = -3x^2 - 4x - \frac{8}{3}$

40. Quelle est la solution générale de l'équation différentielle $y''(x) + 4y(x) = 0$?

A	B	C	D
$Y(x) = e^{x}(Acos2x + Bsin2x)$	$Y(x) = e^{2x}(Ax + B)$	$Y(x) = Acos(2x) + Bsin(2x)$	$Y(x) = Ae^{-2x} + Be^{2x}$