

CYCLE DE REMISE A NIVEAU ISUPFERE

SESSION 2024

TEST DE POSITIONNEMENT

Calculatrice autorisée

Durée : 1h30

25 novembre 2023

Exercice 1 :

Pour chaque affirmation, une seule des 4 réponses proposées est exacte.

Aucune justification n'est demandée

Une diminution de 50 % est compensée par une augmentation de :			
a. 50 %	b. 100 %	c. 150 %	d. 200 %
On considère une augmentation de 5 %, deux années consécutives. Le coefficient multiplicateur est :			
a. 1,05	b. 1,10	c. 1,102 5	d. 2,10
Le prix d'un survêtement est passé de 40 € à 30 € entre juin 2019 et juillet 2019. Sachant que l'indice du prix de ce survêtement était 80 en juin 2019, son indice en juillet 2019 est :			
a. 70	b. 75	c. 90	d. 60
Selon une enquête de l'INSEE sur la production de déchets non dangereux dans le commerce en 2016, 75 % des déchets non dangereux du commerce ont été triés en 2016 et 3 % des déchets triés du commerce en 2016 ont été mis en décharge. En 2016, le pourcentage de déchets du commerce qui ont été triés et mis en décharge est :			
a. 2,25 %	b. 78 %	c. 39 %	d. 25 %
Pour tout réel x , $(1 - 2x)^2$ est égal à :			
a. $1 - 4x + 2x^2$	b. $4x^2 - 4x + 1$	c. $1 - 4x^2$	d. $1 - 2x^2$
L'ensemble des valeurs de x pour lesquelles $-2x + 6$ est négatif est :			
a. $[3 ; +\infty[$	b. $] -\infty ; 3]$	c. $[-3 ; +\infty[$	d. $] -\infty ; -3]$

Exercice 2

- a) Calculer la fraction irréductible égale à $\frac{18}{25} \times \frac{5}{3}$
 b) Développer $(7 - 3x)(7 + 3x)$

c) Simplifier l'expression $\frac{(e^{-3x})^2 \times (e^{2x})^{-3}}{e^{5x} \times e^{6x}}$

d) Pour tout réel x , $e^{2x} + e^{4x}$ est égal à

a. e^{6x}	b. $e^{2x}(1 + e^2)$	c. $e^{3x}(e^x + e^{-x})$	d. e^{8x^2}
--------------------	-----------------------------	----------------------------------	----------------------

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$:

- a) $5x - 7 = 3x - 19$
 b) $2\ln(x) - \ln(x + 30) = 2\ln(5)$

Exercice 4

- a) Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x^2 \ln x$.
L'expression de la fonction dérivée de f est :

- a. $f'(x) = 2x \ln x$.
b. $f'(x) = x(2 \ln x + 1)$.
c. $f'(x) = 2$.
d. $f'(x) = x$.

Justifier.

- b) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^x$.
Une primitive F sur $\mathbb{R}$ de la fonction f est définie par :

- A. $F(x) = \frac{x^2}{2} e^x$
B. $F(x) = (x - 1)e^x$
C. $F(x) = (x + 1)e^x$
D. $F(x) = \frac{2}{x} e^{x^2}$.

Justifier.

- c) On considère une fonction h définie et continue sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
Variations de h	$-\infty$	0	$+\infty$

On note H la primitive de h définie sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en 0.

Elle vérifie la propriété :

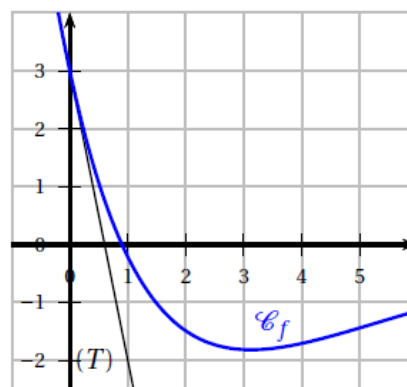
- a. H est positive sur $] -\infty; 0]$.
b. H est croissante sur $] -\infty; 1]$.
c. H est négative sur $] -\infty; 1]$.
d. H est croissante sur $\mathbb{R}$.

Justifier.

Exercice 5

a)

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative est donnée ci-contre. La tangente à la courbe au point A est la droite T .

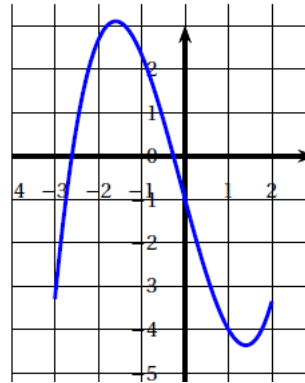


- a. $f'(0) = 3$
b. $f'(0) = \frac{1}{5}$
c. $f'(0) = 5$
d. $f'(0) = -5$

- b) On donne la courbe $\mathcal{C}$ d'une fonction f définie sur $[-3 ; 2]$

L'équation $f(x) = 0$ admet :

- a. une solution négative;
- b. deux solutions positives;
- c. deux solutions négatives;
- d. une solution positive et une solution négative.



Exercice 6

Un biologiste a modélisé l'évolution d'une population de bactéries (en milliers d'entités) par la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par

$$f(t) = e^3 - e^{-0,5t^2 + t + 2}$$

où t désigne le temps en heures depuis le début de l'expérience.

À partir de cette modélisation, il propose les trois affirmations ci-dessous.

Pour chacune d'elles, indiquer, en justifiant, si elle est vraie ou fausse.

- **Affirmation 1** : « La population augmente en permanence ».
- **Affirmation 2** : « À très long terme, la population dépassera 21 000 bactéries ».
- **Affirmation 3** : « La population de bactéries aura un effectif de 10 000 à deux reprises au cours du temps ».

Exercice 7

La population d'une ville A augmente chaque année de 2 %.

La ville A avait 4 600 habitants en 2010.

La population d'une ville B augmente de 110 habitants par année.

La ville B avait 5 100 habitants en 2010.

Pour tout entier n , on note u_n le nombre d'habitants de la ville A et v_n le nombre d'habitants de la ville B à la fin de l'année $2010 + n$.

1. Calculer le nombre d'habitants de la ville A et le nombre d'habitants de la ville B à la fin de l'année 2011
2. Quelle est la nature des suites (u_n) et (v_n) ?
3. Donner l'expression de u_n en fonction de n , pour tout entier naturel n et calculer le nombre d'habitants de la ville A en 2020.
4. Donner l'expression de v_n en fonction de n , pour tout entier naturel n et calculer le nombre d'habitants de la ville B en 2020.

Exercice 8

L'entreprise SAVEUR fabrique et commercialise de l'extrait de parfum. Elle est en capacité d'en produire jusqu'à 34 hectolitres par mois. On suppose que toute la production est vendue.

On modélise le coût de production mensuel, en centaines d'euros, de x hectolitres d'extrait de parfum par la fonction C définie par

$$C(x) = 2x^2 + 12x + 240, \text{ où } x \in [0 ; 34].$$

Chaque hectolitre d'extrait de parfum est vendu 80 centaines d'euros.

1.
 - a. Calculer le coût de production mensuel et la recette réalisée par l'entreprise lorsqu'elle produit 6 hectolitres d'extrait de parfum dans le mois.
 - b. L'entreprise réalise-t-elle un profit lorsqu'elle produit et vend 6 hectolitres d'extrait de parfum par mois?
2. Démontrer que le bénéfice, en centaines d'euros, pour la vente de x hectolitres d'extrait de parfum, est donné par la fonction B définie par :

$$B(x) = -2x^2 + 68x - 240.$$

3. Justifier que, pour tout réel $x \in [0 ; 34]$, $B(x) = (-2x + 8)(x - 30)$.
4. Étudier le signe de $B(x)$, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 34]$, et en déduire la quantité d'extrait de parfum à produire et à vendre pour que l'entreprise ne travaille pas à perte.
5. Déterminer le montant, en euros, du bénéfice maximal que peut réaliser l'entreprise en vendant cet extrait de parfum.

Exercice 9

Rappel :

Soient 2 événements A et B . On note

- $p(A)$: la probabilité de réalisation de l'évènement A
- $p_B(A)$: la probabilité de réalisation de l'évènement A sachant B réalisé
- $p(A \cap B)$: la probabilité de réalisation à la fois de l'évènement A et de l'évènement B

Et par définition : $p(A \cap B) = p_B(A) \times p(B)$

Un technicien contrôle les machines équipant une grande entreprise. Toutes ces machines sont identiques.

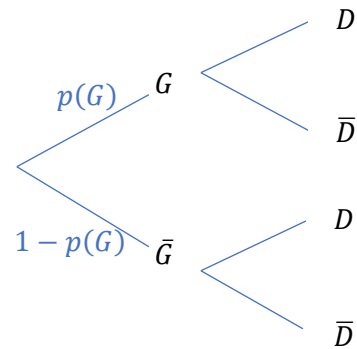
On sait que :

- 20 % des machines sont sous garantie;
- 0,2 % des machines sont à la fois défectueuses et sous garantie;
- 8,2 % des machines sont défectueuses.

Le technicien teste une machine au hasard.

On considère les évènements suivants :

- G : « la machine est sous garantie »;
- D : « la machine est défectueuse »;
- $\bar{G}$ et $\bar{D}$ désignent respectivement les évènements contraires de G et D .



Pour répondre aux questions 1 à 3, on pourra s'aider de l'arbre proposé ci-contre.

1. La probabilité $p_G(D)$ de l'évènement D sachant que G est réalisé est égale à :

- a. 0,002 b. 0,01 c. 0,024 d. 0,2

2. La probabilité $p(\bar{G} \cap D)$ est égale à :

- a. 0,01 b. 0,08 c. 0,1 d. 0,21

3. La machine est défectueuse. La probabilité qu'elle soit sous garantie est environ égale, à 10^{-3} près, à :

- a. 0,01 b. 0,024 c. 0,082 d. 0,1