

PARTIE 1 – CALCUL NUMERIQUE

Exercice 1

- 1) Ecrire les nombres suivants sous la forme $3^n \times 7^p$ où n et p entiers relatifs :

$$a = \frac{9^2 \times 49}{3} ; b = \frac{3^4}{21^5} ; c = \frac{9^{-8}}{63^3} ; d = \frac{12^{24} \times 35^7}{20^7 \times 28^{17}}$$

- 2) $A = (4 \times 275 \times 11)^{35}$

Démontrer que A est le carré d'un entier (c'est-à-dire qu'il existe B tel que $A = B^2$)

- 3) $A = 2^{72} \times 3^{42} \times 7^{78}$

Montrer que les racines carrées et cubiques de A sont des entiers et calculer les.

- 4) Rappel : b est l'inverse de a si et seulement si $a \times b = 1$

Montrer que $2 + \sqrt{3}$ et $2 - \sqrt{3}$ sont inverses l'un de l'autre.

Exercice 2

On rappelle que $n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$ et que $0! = 1$

- 1) Démontrer que : $\frac{(2n)!}{2n!} = \frac{(2n-1)!}{(n-1)!}$

- 2) Simplifier $\frac{n!(n+1)!}{(n-1)!(n+2)!}$

- 3) Rappel : $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ où $n \geq p$

Démontrer que : $C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1} = C_n^p$

PARTIE 2 – EQUATIONS

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

1) $(2x - 7) - 2(x - 3) = 5$

2) $\frac{x^2 - 1 + (x+1)(x-7)}{(x-1)} = 0$

3) $\sqrt{2x+1} = \sqrt{7x-2}$

4) $\frac{2(x+3)}{6} + \frac{3-x}{7} = \frac{5x+4}{42}$

Exercice 4

A/ Pour quelles raisons les équations suivantes n'ont-elles pas de solution dans $\mathbb{R}$?

1) $\frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-7}} = \frac{-2}{\sqrt{x-7}}$

2) $|7x^2 - x + 3| - 4x + 1 = 0$; rappel : $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

B/ Pour quelle valeur de $m \in \mathbb{R}$,

l'équation : $mx^2 + (m-1)x + (m+1) = 0$ a-t-elle 2 solutions réelles ?

PARTIE 3 – PROBLEMES & ANALYSE

Exercice 5

- 1) Un cycliste part du Tréport à 7h30 et se dirige vers Dieppe à 35 km/h. Au même instant, un marathonien part de Dieppe et se dirige vers le Tréport à 20 km/h. 30 km séparent Dieppe du Tréport.

A quelle heure le cycliste et le marathonien se croisent-ils ? (rappel : $vitesse = \frac{distance}{temps}$)

- 2) Un circuit comprend 2 résistances montées en parallèle $R=2\Omega$ et $R'=5\Omega$, calculer la résistance équivalente r (rappel : $\frac{1}{r} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R'}$)

Exercice 6

Dans une usine, on se propose de tester un prototype de hotte aspirante pour un local industriel. On réalise l'expérience suivante : dans un local clos équipé du prototype de hotte aspirante, on diffuse du dioxyde de carbone (CO_2) à débit constant.

Dans ce qui suit, t est le temps exprimé en minute.

A l'instant $t = 0$, la hotte est mise en marche et on la laisse fonctionner pendant 20 minutes. Les mesures réalisées permettent de modéliser le taux (en pourcentage) de CO_2 contenu dans le local au bout de t minutes de fonctionnement de la hotte par l'expression $f(t)$, où f est la fonction définie pour tout réel t de l'intervalle $[0; 20]$ par :

$$f(t) = (0,8t + 0,2)e^{-0,5t} + 0,03$$

On étudie la variation du taux de CO_2 dans le local au cours de l'expérience

1. Montrer que la fonction dérivée f' est définie par : $f'(t) = (0,7 - 0,4t)e^{-0,5t}$
2. Etudier sur l'intervalle $[0; 20]$, le signe de f' , puis donner le tableau de variation de f . Préciser les valeurs utiles.
3. Déterminer le taux initial de CO_2 dans le local
4. Déterminer le taux maximal de CO_2 dans le local
5. Déterminer le taux final de CO_2 dans le local
6. Tracer la courbe d'évolution du taux de CO_2 dans le local industriel lors de l'expérience.